

1. Найдите наименьший угол выпуклого четырёхугольника (в градусах), если известно, что величины внешних углов четырёхугольника относятся как 3:4:5:8.
2. Пусть x_1, x_2 – корни приведённого квадратного трёхчлена с дискриминантом 1; y_1, y_2 – корни приведённого квадратного трёхчлена с дискриминантом 9; z_1, z_2 – корни приведённого квадратного трёхчлена с дискриминантом D . При каком наибольшем D могло выполняться равенство $x_1 + y_1 + z_1 = x_2 + y_2 + z_2$?
3. На белой доске 7×7 одну из клеток закрасили. За один ход разрешается узнать количество закрасенных клеток в любом квадрате 2×2 . За какое наименьшее число ходов можно гарантированно найти закрасенную клетку?
4. На стороне AB треугольника ABC отмечены точки C_1, C_2 (C_2 ближе к B), на стороне BC – точки A_1, A_2 (A_2 ближе к C), на стороне CA – точки B_1, B_2 (B_2 ближе к A). Оказалось, что C_2A_1 параллельна CA , A_2B_1 параллельна AB , B_2C_1 параллельна BC и все эти шесть прямых касаются вписанной окружности треугольника ABC . Радиусы вписанных окружностей треугольников AB_2C_1, BC_2A_1 и CA_2B_1 равны $\sqrt{2}, \sqrt{8}$ и $\sqrt{18}$ соответственно. Найдите отношение $AB: C_2B$.
5. Найдите наибольшее натуральное число, факториал которого не делится на 3^{2019} .
6. Найдите площадь четырёхугольника $ABCD$, если даны координаты всех его вершин: $A(1; 2), B(5; 10), C(12; 16), D(20; 10)$.
7. Какое наименьшее значение может принимать сумма целых чисел x и y , удовлетворяющих равенству $2xy + 3x - 5y + 2019 = 0$?

Дополнительные задачи

8. CM, CL – соответственно медиана и биссектриса треугольника ABC , точка S на стороне AB такова, что $\angle MCL = \angle LCS$ (L между M и S). Найдите MS , если $AB = 14, BL = 6$.
9. Попарно различные натуральные числа a, b, c, d таковы, что графики функций $y = x^2 - ax + b$ и $y = x^2 - cx + d$ пересекаются в точке с координатами $(3; 1)$. Какое наименьшее значение может принимать наибольшее из чисел b и d ?
10. Дана последовательность $\{a_n\}$: $a_1 = 1, a_{2n} = a_n, a_{2n+1} = a_{2n} + 1$. Для скольких натуральных n , не превосходящих 2019, выполняется равенство $a_n = 9$?