

Абака

5-6 классы

Тема «Эффект ± 1 »

1. На сколько трёхзначных чисел больше, чем двузначных?

Ответ: 810.

Решение. Двузначных $99 - 9 = 90$, а трёхзначных $999 - 99 = 900$.

2. Летели галки, стояли палки. Если на каждую палку по 2 галке, то одной галке не хватит палки. Если на каждую палку сядет по 3 галки, то одна из палок останется без галок. Сколько было галок?

Ответ: 9.

Решение. Найдём число палок p .

$$\begin{aligned}p \cdot 2 + 1 &= 3 \cdot (p - 1); \\2p + 1 &= 3p - 3; \\p &= 4.\end{aligned}$$

Значит, галок было $g = p \cdot 2 + 1 = 9$. Действительно, в первом случае получаем $2 \cdot 4 = 8 = 9 - 1$, а во втором $3 \cdot (4 - 1) = 9$.

3. Улитка лезет на 22-метровый столб. За день она поднимается на 7 метров, а за ночь сползает на 5 метров. На какой день она доберётся до вершины столба?

Ответ: 9.

Решение. $22 - 7 = 15$ метров – это высота, на которой улитка должна оказаться к утру последнего дня. За сутки улитка поднимается на 2 метра, значит на высоте 15 метров она будет после 8 суток. После 7 суток улитка поднимется на 14 метров и за день 8-х суток ещё на 7 метров, то на 21 метр. То есть не доберётся до вершины столба. А за 8 полных суток и ещё 1 день – доберётся.

4. Какие 400 идущих подряд натуральных чисел надо выписать, чтобы всего было выписано 2022 цифры? В ответе укажите первое из них.

Ответ: 9602.

Решение. $2022 = 4 \cdot 505 + 2$. То есть нужно 505 четырёхзначных чисел и 2 пятизначных. Значит, последние два числа – это 10000 и 10001. Пусть первое из четырёхсот чисел равно x , тогда $10001 - (x - 1) = 400$. Получаем ответ: $x = 10001 + 1 - 400 = 9602$

Тема «Сумма и среднее»

5. Аня и Таня вместе весят 60 кг, Таня и Маня – 80 кг, Маня и Ваня – 85кг, Ваня и Даня — 50 кг, Даня и Аня – 55 кг. Сколько весит Аня?

Ответ: 35.

Решение. Суммарный вес всех пятерых:

$$\frac{60 + 80 + 85 + 50 + 55}{2} = 165.$$

Вычтем суммарные веса двух пар: Таня и Маня, Даня и Аня. Получим вес Ани:

$$165 - 80 - 50 = 35.$$

6. Средний возраст 11 игроков футбольной команды ветеранов — 45 лет. Во время матча один игрок получил травму и ушёл с поля. Средний возраст оставшихся игроков — 46 лет. Сколько лет получившему травму?

Ответ: 35

Решение. $45 \cdot 11 - 10 \cdot 46 = 495 - 460 = 35$.

7. Из натуральных чисел от 1 до 15 нужно выбрать набор чисел так, чтобы их сумма была равна сумме остальных. Какое наибольшее количество чисел может быть в таком наборе?

Ответ: 10

Решение. Сумма всех чисел равна 120. Действительно, все числа, кроме 8, разбиваются на 7 пар: 1-15, 2-14, ..., 7-9. В каждой паре сумма равна 16, значит, сумма всех 15 чисел равна $16 \cdot 7 + 8 = 120$. Как выбрать 10 чисел, сумма которых равна 60?

Итак, пример 10 чисел, сумма которых равна сумме остальных чисел, получен. Вот он: 1,2,3,4,5,6,7,8,9,15.

Докажем, что выбрать 11 чисел так, чтобы их сумма была равна сумме остальных, нельзя. Если бы это было возможно, то их сумма была бы не меньше, чем сумма 11-ти наименьших натуральных чисел, то есть не меньше 66. А по условию она должна быть равна 60.

8. Какое максимальное количество различных натуральных чисел можно взять, чтобы их сумма равнялась 100?

Ответ: 13

Тема «Вокруг графов»

9. Сколько рёбер в полном графе с 7 вершинами? В полном графе каждая вершина соединена с каждой ровно одной дорогой.

Ответ: 21

10. Какое наименьшее число рёбер может быть в графе с 2022 вершинами, если из каждой вершины этого графа можно добраться до любой другой по одному или нескольким рёбрам?

Ответ: 2021

11. В некотором государстве 8 городов и 7 автодорог, каждая из которых связывает какие-то два города. Между городами устанавливается авиационное сообщение, исходя из принципа экономии: авиационная линия между двумя городами устанавливается тогда и только тогда, когда автомобильная дорога между этими городами отсутствует.

Сколько авиалиний будет проведено?

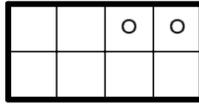
Ответ: 21

12. В графе каждая вершина имеет степень 7. Сколько вершин в графе, если ребер 70?

Ответ: 20

Тема «Режем и считаем»

13. Разрежьте по линиям сетки фигуру, изображенные на рисунке, на две равные части, причем в каждой из частей должен быть кружок.



Чему равен периметр одной из получившихся частей?

Ответ: 10

14. Квадрат 6×6 разрезали на несколько прямоугольников 1×4 и несколько квадратов 2×2 . Какое наибольшее количество прямоугольников 1×4 могло получиться при этом?

Ответ: 8

15. Миша разрезал квадратный зеленый листок бумаги со стороной 7 см на два прямоугольника. Периметр одного из этих прямоугольников равен 24 см. Чему равен периметр другого? (в сантиметрах)

Ответ: 18

16. Деревянный куб покрасили снаружи белой краской, затем каждое его ребро разделили на 5 равных частей, после чего распилили так, что получились маленькие кубики, у которых ребро в 5 раз меньше, чем у исходного куба. При этом получилось 125 маленьких кубиков.

У скольких кубиков окрашены две грани?

А три грани?

В ответе укажите разность полученных чисел.

Ответ: 28