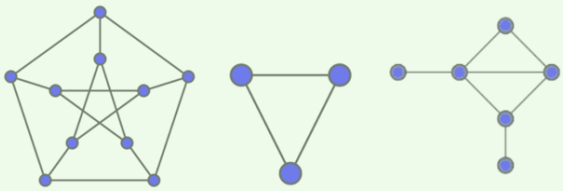
Вокруг графов

5-6 классы

Чтобы решить какую-то задачу, часто бывает полезно нарисовать картинку, иллюстрирующую её. На этом занятии мы рассмотрим один вид таких картинок.

Определение. ***Графом*** называется геометрическая фигура, состоящая из точек и соединяющих их линий.

Точки называются ***вершинами графа***, а линии — ***ребрами***.



1. Между девятью планетами Солнечной системы введено космическое сообщение. Ракеты летают по следующим маршрутам: Земля – Меркурий, Плутон – Венера, Земля – Плутон, Плутон – Меркурий, Меркурий – Венера, Уран – Нептун, Нептун – Сатурн, Сатурн – Юпитер, Юпитер – Марс и Марс – Уран. Можно ли добраться с Земли до Марса? Подсказка: нарисуйте граф.

2. В стране Цифра есть 9 городов с названиями 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Путешественник обнаружил, что два города соединены авиалинией в том и только в том случае, если двузначное число, составленное из цифр-названий этих городов, делится на 3. Можно ли добраться из города 1 в город 9? Подсказка: нарисуйте граф.
3. В некотором государстве 6 городов и 10 автодорог, каждая из которых связывает какие-то два города. Между городами устанавливается авиационное сообщение, исходя из принципа экономии: авиационная линия между двумя городами устанавливается тогда и только тогда, когда автомобильная дорога между этими городами отсутствует. Сколько авиалиний будет проведено? Подсказка: не 60 и не 54.
4. В стране 2021 город, из каждого выходит по 4 дороги. Сколько всего дорог в стране?
5. В классе больше 30, но меньше 40 человек. Каждый мальчик дружит с тремя девочками, а каждая девочка – с пятью мальчиками. Сколько детей в классе?
6. Залина считает, что в его классе у всех разное число друзей-одноклассников. Не ошибается ли она?
7. Самир утверждает, что среди любых а) четырёх; б) пяти; в) шести человек обязательно найдётся либо трое знакомых друг с другом, либо трое незнакомых. Не завирается ли он?
8. Выберите наборы чисел, которые могут получиться, если выписать степени всех вершин в некотором графе:

   а) 8, 6, 5, 4, 4, 3, 2, 2;

   б) 7, 7, 6, 5, 4, 2, 2, 1;

   в) 6, 6, 6, 5, 5, 3, 2, 2;

   г) 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7.